



WISKUNDE IS (EEN BEETJE) OORLOG

Onder dit motto nodigt de VVWL alle wiskundeleraren uit Vlaanderen en Nederland uit om deel te nemen aan een wiskundewedstrijd. Deze competitie heeft op de eerste plaats als doel het probleemoplossend denken aan te moedigen. De wedstrijd zal vier edities kennen (van 2014 tot 2018 – met een knipoogje naar de herdenking van Wereldoorlog I).

HET VERLOOP VAN DE WEDSTRIJD

De tien opgaven en de schiftingsvraag voor het schooljaar 2015-2016 verschijnen in het tijdschrift *Wiskunde & Onderwijs* nr. 164 (oktober 2015) en op het wiskundeblog www.gnomon.bloggen.be van Luc Gheysens (op 1 oktober 2015). Het is de bedoeling bij elke opgave een constante te bepalen.

Het vinden van een bewijs voor elk van deze opgaven zien we eerder als een uitdaging voor de leraren en zeker ook voor de leerlingen. Het volstaat dus de tien constanten te bepalen en de correcte waarden (voorbeeld: $\sqrt{20}$ of $2\sqrt{5}$ en niet 4,472... , $\sqrt{0,3}$ of $\sqrt{\frac{3}{10}}$ en niet 0,5477...) in te vullen op het antwoordformulier. Dit formulier is vanaf 1 oktober 2015 te vinden op de website www.vvwl.be en op www.gnomon.bloggen.be. Het ingevulde deelnemingsformulier dient uiterlijk op 6 december 2015 doorgemailed te worden naar vvwl1418@gmail.com.

Deelname aan deze wedstrijd is gratis.

PRIJZENPAKKET

De tien deelnemers die de 10 constanten correct bepalen en bovendien de schiftingsvraag het best beantwoorden ontvangen een boekje uit de Zebra-reeks of de UNIMATH-reeks als prijs. De gewenste titel mag men zelf kiezen en kan aangeduid worden op het antwoordformulier. De lijst met titels waaruit men kan kiezen zal vanaf 1 oktober 2015 op de website www.vvwl.be en op www.gnomon.bloggen.be verschijnen. De hoofdprijs is een grafisch rekentoestel TI-84 Plus Color. In geval van een ex aequo zal het tijdstip waarop we het antwoordformulier hebben ontvangen de doorslag geven. De winnaars zullen worden bekendgemaakt op de website www.vvwl.be (januari 2016). De prijzen worden via de post op het thuisadres van de winnaars bezorgd in de loop van januari 2016.

Idee en uitwerking: dr. Luc Gheysens en Daniël Tant.

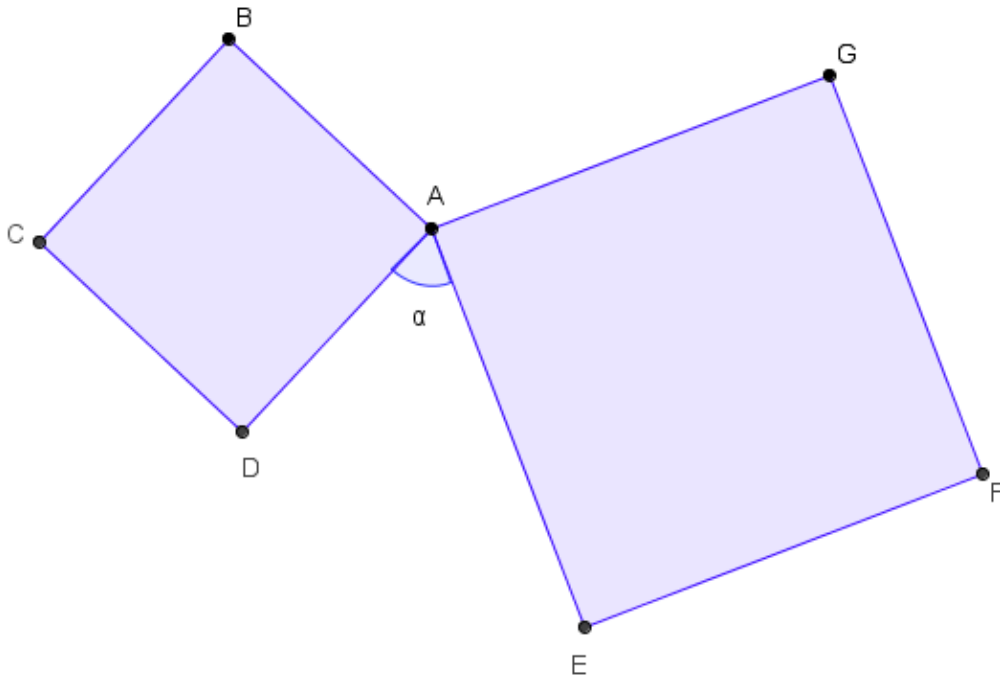
Met dank aan de sponsors.



CONSTANTE 11

Twee vierkanten ABCD en AEFG, waarvan de zijden een willekeurige lengte hebben, hebben een gemeenschappelijk hoekpunt A (zie onderstaande figuur). De hoek α tussen de zijden [AD] en [AE] is willekeurig.

- Toon aan dat de rechten BE en DG elkaar onder een constante hoek snijden.
- Hoe groot is die hoek (in zestigdelige graden)?



CONSTANTE 12

- Toon aan dat de uitdrukking

$$F(\alpha) = \cos^2 \alpha + \cos^2 \left(\alpha + \frac{2\pi}{3} \right) + \cos^2 \left(\alpha + \frac{4\pi}{3} \right)$$

constant is, d.w.z. onafhankelijk van de hoek α .

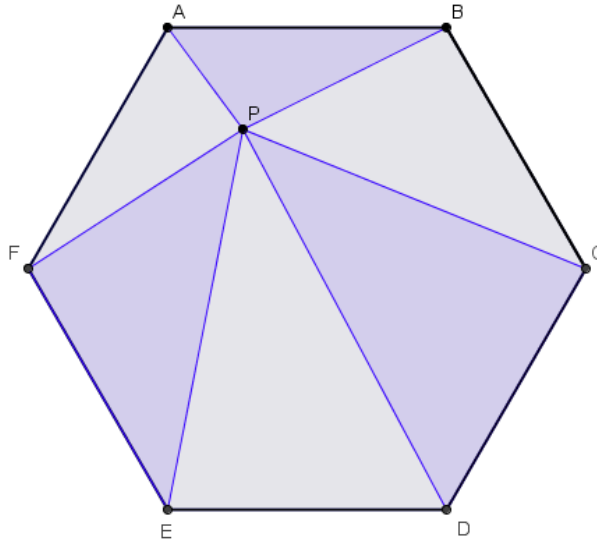
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 13

ABCDEF is een regelmatige zeshoek waarvan de zijden lengte 4 hebben.

P is een willekeurig punt binnen de zeshoek.

- Toon aan dat oppervlakte ΔPAB + oppervlakte ΔPCD + oppervlakte ΔPEF constant is, d.w.z. onafhankelijk van de ligging van P.
- Hoeveel is die constante?



CONSTANTE 14

A is een vast punt op een cirkel met middelpunt C en straal 8.

N is het midden van [AC].

Als B een variabel punt is op de cirkel, dan is de afstand van N tot het midden M van de koorde [AB] constant, d.w.z. onafhankelijk van het gekozen punt B op de cirkel.

- Toon dit aan.
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 15

P is een willekeurig punt op de ellips met als vergelijking

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

De rechte t is de raaklijn in P aan de ellips.

F_1 en F_2 zijn de twee brandpunten van deze ellips.

- Toon aan dat het product van de afstanden van F_1 en F_2 tot de raaklijn t constant is, d.w.z. onafhankelijk van het gekozen punt P op de ellips.
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 16

Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek met $\hat{A} = 90^\circ$, $\hat{B} = \beta$ en $\hat{C} = \gamma$.

De zijden a, b en c liggen respectievelijk tegenover de hoekpunten A, B en C en $c < b < a$.

Als c, b en a drie opeenvolgende termen zijn uit een rekenkundige rij, dan is $\tan \beta + \tan \gamma$ constant.

- Toon dit aan.
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 17

Als a een willekeurig reëel getal is, verschillend van 0, 1 en -1, dan heeft het onderstaande stelsel precies één oplossing voor de onbekenden x, y en z.

- Toon aan dat de waarde voor x constant is, onafhankelijk van de gekozen waarde voor de parameter a.

$$\begin{cases} x + ay + z = 2a \\ x + y + az = 0 \\ (a + 1)x + ay + z = a \end{cases}.$$

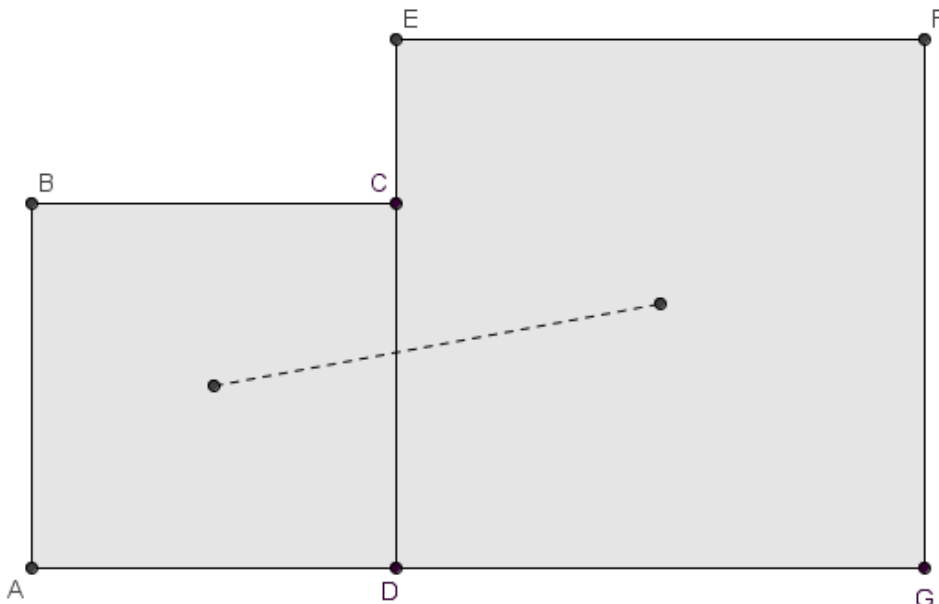
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 18

Twee vierkanten ABCD en DEFG leunen tegen elkaar aan, d.w.z. dat A, D en G collineaire punten zijn en dat C op [DE] ligt (zoals op de onderstaande figuur).

De som van de oppervlakten van de twee vierkanten is 50.

- Toon aan dat de afstand tussen de middelpunten van de twee vierkanten constant is.
- Hoeveel is die constante?



CONSTANTE 19

Beschouw de grafiek van de functie f met als voorschrift $f(x) = 2e^{\frac{x}{6}}$.

P is een willekeurig punt op de grafiek van f .

De raaklijn t in P aan de grafiek van f snijdt de x -as in Q en het punt R is de loodrechte projectie van P op de x -as.

- Toon aan dat de afstand $|QR|$ constant is, d.w.z. onafhankelijk van de keuze van het punt P .
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 20

Een cirkel C_1 met middelpunt M en straal 5 en een cirkel C_2 met middelpunt N en straal 3 raken elkaar uitwendig in het punt P . Een rechte r door P snijdt C_1 in Q en C_2 in R .

- Toon aan dat de verhouding $\frac{|QP|}{|QR|}$ constant is als de rechte r wentelt rond P .
- Hoeveel is die constante?

SCHIFTINGSVRAAG

Op 6 december 2015 zal met behulp van het onderstaande simulatieprogramma op een grafisch rekentoestel TI-84 Plus Color het gemiddeld aantal ogen worden bepaald van 1418 worpen met één dobbelsteen. Hoeveel zal het gemiddeld aantal ogen van deze 1418 worpen bedragen? Bepaal de uitkomst tot op 4 decimalen nauwkeurig.

PROGRAM:DOBBEL

:Fix 4

:0→S

:For(1,1,1418)

:randInt(1,6)→W

:S+W→S

:End

:S/1418→G

:Disp G

:Float