



WISKUNDE IS (EEN BEETJE) OORLOG

Onder dit motto nodigt de VVWL alle wiskundeleraren uit Vlaanderen en Nederland uit om deel te nemen aan een wiskundewedstrijd. Deze competitie heeft op de eerste plaats als doel het probleemoplossend denken aan te moedigen. De wedstrijd zal vier edities kennen (van 2014 tot 2018 – met een knipoogje naar de herdenking van Wereldoorlog I).

HET VERLOOP VAN DE WEDSTRIJD

De tien opgaven en de schiftingsvraag voor het schooljaar 2014-2015 verschijnen in het tijdschrift Wiskunde & Onderwijs nr. 160 (oktober 2014) en op het wiskundeblog www.gnomon.bloggen.be van Luc Gheysens (vanaf 1 oktober 2014). Het is de bedoeling bij elke opgave een constante te bepalen.

Het vinden van een bewijs voor elk van deze opgaven zien we eerder als een uitdaging voor de leraren en zeker ook voor de leerlingen. Het volstaat dus de tien constanten te bepalen en de correcte waarden (voorbeeld: $\sqrt{20}$ of $2\sqrt{5}$ en niet 4,472... , $\sqrt{0,3}$ of $\sqrt{\frac{3}{10}}$ en niet 0,5477...) in te vullen op het antwoordformulier. Dit formulier is vanaf 1 oktober 2014 te vinden op de website www.vvwl.be en op www.gnomon.bloggen.be. Het ingevulde deelnemingsformulier dient uiterlijk op 6 december 2014 doorgemaid te worden naar vvwl1418@gmail.com.

Deelname aan deze wedstrijd is gratis.

PRIJZENPAKKET

De tien leraren die de constanten correct bepalen en bovendien de schiftingsvraag het best beantwoorden ontvangen een exemplaar van het boek 'Twee plus twee is vijf' met wiskundecitaten, weetjes en puzzels van L. Gheysens uitgegeven bij Die Keure. Voor de winnaar is er bovendien een grafisch rekentoestel TI-84 Plus Color. De winnaars zullen worden bekendgemaakt op de website www.vvwl.be (januari 2015). De prijzen worden via de post op het thuisadres van de winnaars bezorgd in de loop van januari 2015.

Idee en uitwerking: dr. Luc Gheysens.

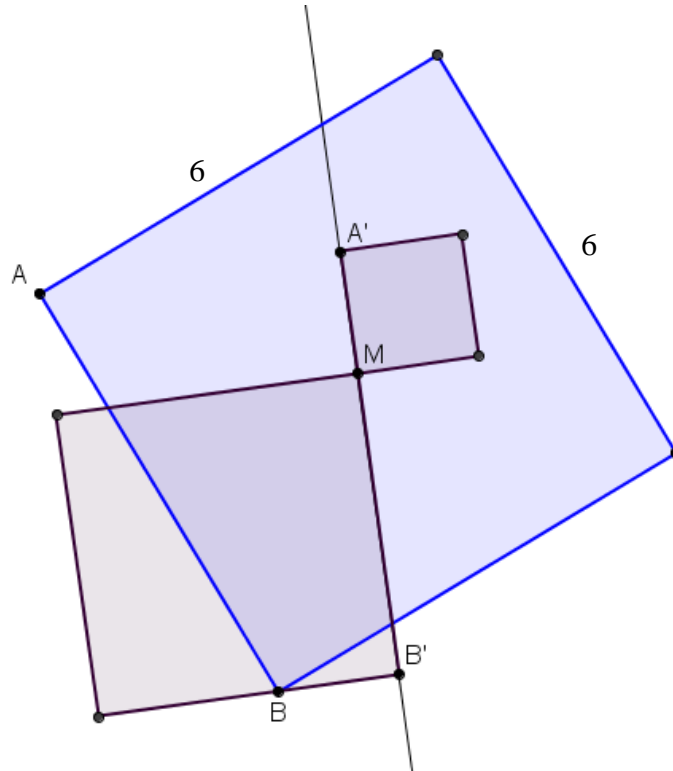
Met dank aan de sponsors.



CONSTANTE 1

A' en B' zijn de loodrechte projecties van twee opeenvolgende hoekpunten A en B van een vierkant met zijde 6 op een variabele rechte door het middelpunt M van het vierkant.

- Toon aan dat de som van de oppervlakten van de twee vierkanten met zijden respectievelijk $[MA']$ en $[MB']$ constant is.
- Hoeveel is die constante?



CONSTANTE 2

- Toon aan dat voor elk positief geheel getal n de volgende uitdrukking constant is:

$$\frac{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)}{(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) + \dots + (4n - 1)}$$

- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 3

P is een variabel punt op de grafiek van de kromme K bepaald door $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 4$.

De raaklijn t aan K in het punt P snijdt de x -as in het punt Q en de y -as in het punt R .

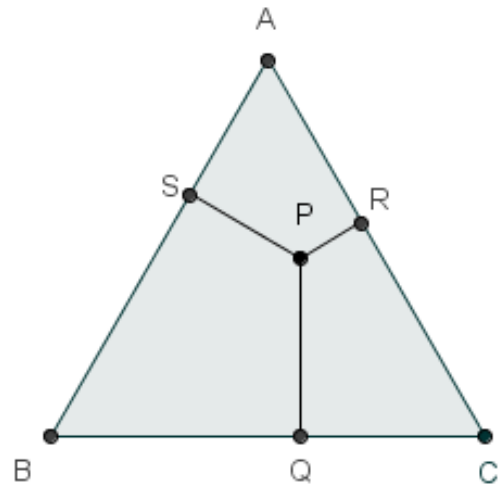
- Bewijs dat $|OQ| + |OR|$ constant is.
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 4

P is een willekeurig punt binnen een gelijkzijdige driehoek ABC met zijde 4.

De punten Q, R en S zijn respectievelijk de loodrechte projecties van P op de zijden [BC], [CA] en [AB].

- Toon aan dat $|PQ| + |PR| + |PS|$ constant is.
- Hoeveel is die constante?



CONSTANTE 5

P is een willekeurig punt op de hyperbool $H: x^2 - y^2 = 1$.

Een rechte door P evenwijdig met de x-as snijdt de asymptoten van deze hyperbool respectievelijk in de punten Q en R.

- Toon aan dat het product $|PQ| \cdot |PR|$ constant is.
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 6

Schrijf onder elkaar twee willekeurige strikt positieve gehele getallen op.

Schrijf daaronder het derde getal dat de som is van de eerste twee.

Zet daaronder het vierde getal dat de som is van het tweede en het derde.

Ga zo verder tot en met het tiende getal (dat de som is van het achtste en het negende getal).

Tel vervolgens de tien getallen bij elkaar op en deel deze som door het zevende getal uit de rij.

- Toon aan dat het quotiënt constant is (onafhankelijk van de twee gekozen startgetallen).
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 7

Op de grafiek van de veeltermfunctie met als voorschrift $y = f(x) = x^3$ kiest men het punt $P(1,1)$. Een variabele rechte door P snijdt de grafiek van f in de punten Q en R.

- Toon aan dat de abscis (het eerste coördinaatgetal) van het midden M van het lijnstuk [QR] constant is.
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 8

O is de top van de parabool met als vergelijking $y^2 = 4x$.

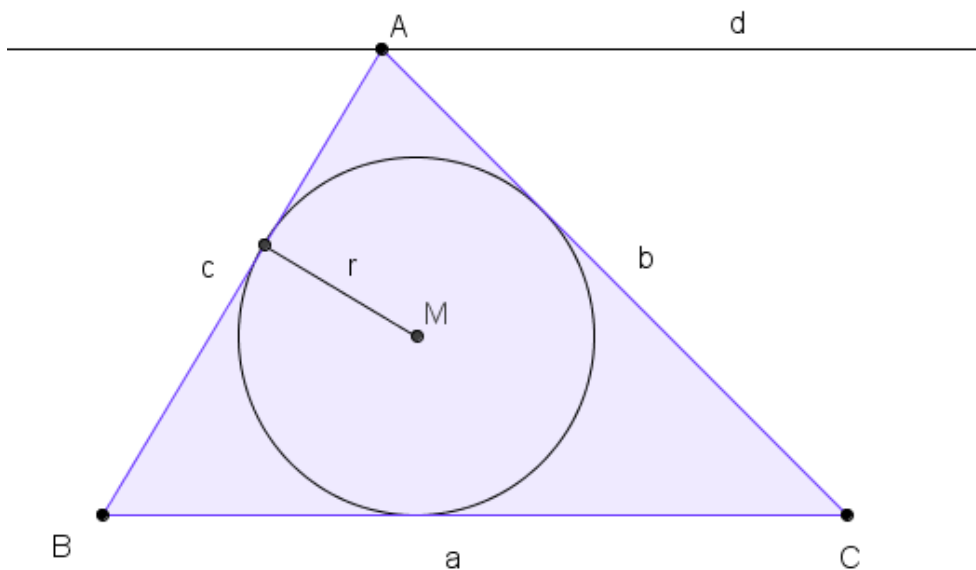
A en B zijn twee punten op de parabool zodat de koorden [OA] en [OB] loodrecht op elkaar staan.

- Bewijs dat het product $x_A x_B$ van de abscissen van de punten A en B constant is (d.w.z. onafhankelijk van de keuze van de A en B).
- Hoeveel is die constante?

CONSTANTE 9

Driehoek ABC is een willekeurige driehoek met basis [BC] en top A. Door de top A trekt men de rechte d evenwijdig met BC. M is het middelpunt van de ingeschreven cirkel van driehoek ABC.

- Als het punt A de rechte d doorloopt, dan blijft het product van de omtrek van de driehoek ABC met de straal van de ingeschreven cirkel constant.
Met de notaties van de onderstaande figuur: $(a + b + c) \cdot r$ is constant.
Toon dit aan.
- Hoeveel is die constante als driehoek ABC een rechthoekige driehoek is met zijden 3, 4 en 5?



CONSTANTE 10

Voor elk punt P op de cirkel met als vergelijking $(x - 8)^2 + y^2 = 60$ geldt dat de verhouding $\frac{|PA|}{|PB|}$ van de afstanden van P tot de punten A(2,0) en B(-2,0) constant is.

- Bewijs dit.
- Hoeveel is die constante?

SCHIFTINGSVRAAG

Op 6 december 2014 zal met behulp van het onderstaande simulatieprogramma op een grafisch rekenoestel TI-84 Plus Color het gemiddeld aantal ogen worden bepaald van 1418 worpen met één dobbelsteen. Hoeveel zal het gemiddeld aantal ogen van deze 1418 worpen bedragen? Bepaal de uitkomst tot op 4 decimalen nauwkeurig.

```
PROGRAM:DOBBEL
```

```
:Fix 4
```

```
:0→S
```

```
:For(I,1,1418)
```

```
:randInt(1,6) →W
```

```
:S+W→S
```

```
:End
```

```
:S/1418→G
```

```
:Disp G
```

```
:Float
```